CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017
Filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţele naturii

Clasa a IX-a

1. Fie *ABC* un triunghi, $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, iar *P* şi *Q* mijloacele segmentelor (*MN*) şi (*BC*). Dacă *PQ* este paralelă cu bisectoarea unghiului *A*, arătaţi că $(BM) \equiv (CN)$.

2. Fie triunghiul *ABC* şi centrele *O, I* ale cercurilor circumscris, respectiv înscris. Să se arate că dacă are loc relaţia $5\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=12\overrightarrow{OI}$, atunci $O \in BC$.

3. Să se demonstreze că $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$, $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$.

4. Se consideră şirul de numere reale $(a_n)_{n\geq 1}$ şi $S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
   Ştiind că $2S_n=3^n-1$, $\forall\ n\geq 1$, să se arate ca $(a_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică.

Notă:

Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.